Inspectoratul Scolar Judetean Gorj

OLIMPIADA NATIONALA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, CLASA A VIII-A

15 februarie 2015

1 .a) Arătați că $\sqrt{1+\frac{1}{k^2}+\frac{1}{(k+1)^2}}=\frac{k^2+k+1}{k(k+1)}=1+\frac{1}{k(k+1)}$ $\mathbb{Q}$ , $\forall$ k$\in \mathbb{N}^*$

b) Calculați suma:

$$S=\frac{3}{2}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\ldots\ldots\ldots+\sqrt{1+\frac{1}{99^2}+\frac{1}{100^2}}$$

2 a) Fie a;b;c-numere raționale pozitive astfel încât $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ = c. Arătați că $\sqrt{a}$ , $\sqrt{b}$ sunt numere raționale.

b) Determinați perechile de numere naturale pentru care numărul

$$A= 2^{2n}- 3^{2m}+2^{n+2}+ 6$$

Să poată fi scris ca o sumă de două numere prime.

GM

3 .Fie ABCD un dreptunghi în care AB=$5\sqrt{3}$, BC=5 și M un punct nesituat în planul dreptunghiului astfel încât MA=10. Știind că (AE) și (AF) sunt mediane în triunghiurile ADM, respectiv ABM, iar (AG este bisectoarea unghiului MAC, G$\epsilon$ (AG este bisectoarea unghiului MAC, G$\epsilon$ (MC). Aflați raportul ariilor triunghiurilor EFG și BCD.

4 .Se dă trapezul ABCD ( DC|| AB) în care BC este dublul laturii AD, iar BD$\perp$ AD. Bisectoarea unghiului C intersectează diagonala BD în E și $\frac{ED}{EB}=\frac{3}{5}$, iar suma dintre BC și baza DC a trapezului este 16.

a) Dacă 2DC+ 1=AB, calculaţi aria trapezului.

b) În punctul E se ridică perpendiculara VE pe planul acestuia, VE este media aritmetică a laturilor BC şi CD ale trapezului. Aflaţi distanţa de la V la baza AB a trapezului.

Timp de lucru 3 ore, toate subiectele se noteaza cu 7 puncte.